

Rolul derivatei a doua în studiul funcțiilor

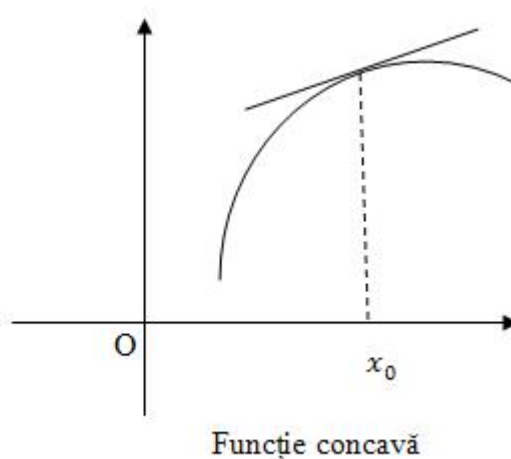
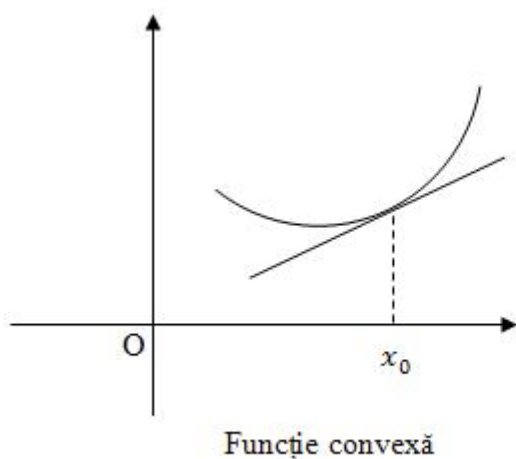
Reamintim:

1. Funcția $f: I \rightarrow R$ este de două ori derivabilă în punctul $x_0 \in I$ dacă este derivabilă într-o vecinătate V a lui x_0 și funcția f' este derivabilă în x_0 . În acest caz, derivata funcției f' se numește *derivata de ordin doi* (sau derivata a doua) a funcției în x_0 și se notează $f''(x_0)$.

Observație: Dacă f' este derivabilă pe $J \subset I$, atunci funcția este de două ori derivabilă pe J .

2. Fie funcția $f: I \rightarrow R$ o funcție derivabilă pe I .

- Funcția f se numește *convexă* pe I dacă tangenta în orice punct al graficului funcției se află sub grafic.
- Funcția f se numește *concavă* pe I dacă tangenta în orice punct al graficului funcției se află deasupra graficului.



Pentru studiul convexității și concavității unei funcții $f: I \rightarrow R$, de două ori derivabilă pe I , se poate utiliza semnul derivatei a doua pe acest interval, folosind următoarea teoremă:

- Fie $f: I \rightarrow R$ o funcție de două ori derivabilă pe I . Atunci:
 - 1) funcția f este convexă pe intervalul I dacă și numai dacă $f''(x) \geq 0, \forall x \in I$;
 - 2) funcția f este concavă pe intervalul I dacă și numai dacă $f''(x) \leq 0, \forall x \in I$.

Rezultă că determinarea intervalelor de convexitate și concavitate ale unei funcții de două ori derivabile revine la stabilirea semnului derivatei a doua.